

Estudio de la tapa armónica de la guitarra por el método de elementos finitos

(Study of the harmonic plate of a guitar by means of the finite elements method)

Elejabarrieta, M^a Jesús; Santamaría, C.

Univ. del País Vasco.

Dpto. de Física Aplicada II

Apdo. 644

48080 Bilbao

Ezcurra, A.

Univ. Pública de Navarra.

Dpto. de Física

Campus de Arrosadía, s/n

31006 Iruñea

BIBLID [1137-4411 (1999), 5; 7-37]

Con el fin de conocer el comportamiento dinámico, y de optimizar las técnicas de construcción de la tapa armónica de la guitarra se han simulado sus propiedades vibracionales mediante el método de elementos finitos. Los resultados obtenidos con este método se han validado con medidas experimentales de los parámetros modales. Se ha estudiado el comportamiento de diferentes materiales utilizados en la construcción de la tapa: cedro, pino y contrachapa - do, y se ha analizado el efecto de dos distribuciones de varillaje diferentes.

Palabras Clave: Tapa armónica. Guitarra. Análisis modal. Método de elementos finitos. Función de respuesta en frecuencia. Modos de vibración. Frecuencia natural. Admitancia.

Gitarraren tapa armonikoaren portaera dinamikoa ezagutzeko eta tapa hori egiteko teknikak hobetzearren, horren bibrazio-ezaugarriak simulatu dira, elementu finituen metodoa erabiliz. Metodo horren bidez lorturiko ondorioak para - metro modalen neurri esperimentalekin balidatu dira. Tapa egiteko erabilitako zenbait materialen —zedro, pinu eta kon - tratxapatua— portaera aztertu da, hagatxoaren banaketa desberdin biren eragina ere ikertu delarik.

Giltz-Hitzak: Tapa armonikoa. Gitarra. Análisi modala. Elementu finituen metodoa. Erantzun-funtzioa maiztasune - an. Bibrazio erak. Maiztasun naturala. Admitantzia.

Dans le but de connaître le comportement dynamique, et d'optimiser les techniques de construction du couver - cle harmonique de la guitare, les propriétés de ses vibrations ont été simulées au moyen de la méthode d'éléments finis. Les résultats obtenus grâce à cette méthode ont été validés par des mesures expérimentales des paramètres modaux. On a étudié le comportement de plusieurs matériaux utilisés pour la fabrication du couvercle: cèdre, pin et contrepla - qué, et on a analysé l'effet de deux distributions différentes des branches.

Mots Clés: Couvercle Harmonique. Guitare. Analyse modale. Méthode d'éléments finis. Fonction de réponse en fréquence. Modes de vibration. Fréquence naturelle. Admittance.

INTRODUCCIÓN

La acústica musical persigue como objetivo fundamental un conocimiento desde el punto de vista físico del fenómeno musical. En concreto, uno de los objetivos de la acústica de instrumentos musicales es la optimización de las técnicas de construcción de dichos instrumentos, gracias a una profundización en su fundamento físico¹.

El desarrollo en la investigación de la acústica de instrumentos musicales se ha producido en los últimos treinta años debido a varias circunstancias de índole técnico². Por una parte, la introducción de técnicas experimentales avanzadas, como la holografía y las funciones de respuesta en frecuencia, ha permitido determinar experimentalmente las vibraciones en los instrumentos o en sus componentes. Junto a estas técnicas, están las posibilidades actuales de la simulación por ordenador de la dinámica vibracional a través de diversos métodos, entre los que destaca el método de los elementos finitos.

Paralelamente a estos avances técnicos se han producido diversas aportaciones en el campo de la acústica musical, entre las que destacan:

- El estudio de los instrumentos de arco, que ha establecido parámetros objetivos de calidad en dicha familia de instrumentos³.
- Estudios preliminares en la guitarra clásica, sobre la relación entre la calidad subjetiva del instrumento y parámetros acústicos^{4, 5}.
- El estudio de otros instrumentos: el piano, los instrumentos de viento madera, la voz humana...⁶.
- El interés creciente por el conocimiento de la percepción musical⁷.

Este trabajo se centra dentro de la acústica de instrumentos musicales y está encaminado al conocimiento físico de la tapa armónica de la guitarra.

La finalidad de esta investigación es el control del comportamiento dinámico de la tapa armónica de la guitarra mediante simulación por ordenador con el método de elementos finitos. Para controlar y modificar las propiedades vibracionales de cualquier sistema mediante simulación, el modelo simulado ha de reproducir de la forma más fiel posible al sistema real con el objetivo de que todos los resultados que introduzcan modificaciones del sistema tengan validez.

Según lo expuesto, este trabajo consiste en reproducir mediante el método de elementos finitos los modos normales de vibración y los espectros de respuesta, obtenidos previamente en las medidas experimentales mediante la técnica de análisis modal, lo que permiti-

1. Rossing, T.D. Fletcher, N.H. (1991) *The Physics of Musical Instruments*. New York, Springer-Verlag.

2. Elejabarrieta, M.J. (1997) *El análisis modal: su aplicación a la acústica musical*. Cuadernos de CC Físico químico y matemáticas. Eusko Ikaskuntza. 153-165.

3. Hutchins, C.M. (1981) *The acoustics of violin plates*. *Scientific American* 245 (4). 170-186.

4. Jansson, E. (1981) *Function, construction and quality of the guitar*. Ed. Royal Swedish Academy of Music.

5. Bustamante, F. *Experiments on the relation between acoustical properties and the subjective quality of classical guitars*. México, Sección de Acústica, UNAM.

6. Bretos J., Santamaría C., Alonso-Moral J. (1997) *Tuning process of xylophone and marimba bars analysed by finite element modeling and experimental measurement*. *Journal of Society of America*. 102-106.

7. Pierce, J.R. (1985) *Los sonidos de la música*. Barcelona, Prensas Científicas.

rá disponer de una técnica con la que ensayar, con garantía de fidelidad, posteriores modificaciones o innovaciones. De esta forma, mediante el cálculo numérico se ha simulado el comportamiento vibracional de diferentes tipos de materiales (pino, cedro y contrachapado) utilizados en la construcción de tapas armónicas de guitarra, así como el comportamiento de dichas tapas con distintas distribuciones de varillaje interno.

Aquí, es necesario incidir en que la guitarra es un instrumento en constante evolución, donde los requerimientos del instrumento cambian en función de las épocas. En la actualidad se requiere de una guitarra un mayor volumen y duración sonora, así como homogeneidad entre los registros graves y agudos del instrumento, y un timbre cálido y puro. Estas cualidades que se exigen al instrumento son una consecuencia de tres factores^{8,9}:

- La evolución del repertorio guitarrístico a lo largo del siglo XX. Compositores actuales de guitarra, como Leo Brouwer, Astor Piazzola, Stephen Dogson, Brian Head, ..., exigen en sus obras una gran cantidad de efectos sonoros (ponticello, tambora, sul tasto, pizzicato, armónicos, efectos de percusión, etc). La calidad tímbrica de estos efectos se relaciona directamente con la resistencia y la calidad de la tapa armónica de la guitarra¹⁰.
- El aumento de las dimensiones de los recintos donde se celebran conciertos de guitarra, así como las obras en las que la guitarra es el instrumento solista, exigen al instrumento una mayor potencia sonora en el registro del instrumento.
- La revalorización del instrumento en los últimos años ha hecho que un mayor número de personas se dediquen profesionalmente a la interpretación. Ello lleva a la necesidad de construir guitarras de manera sistemática sin perder la calidad de la construcción artesanal^{11,12}.

A continuación se establecen brevemente las bases teóricas del análisis modal, así como los procedimientos experimentales y la simulación mediante el método de elementos finitos de dicho análisis. Después, se describe el sistema experimental y el simulado: instrumentación y software, y las estructuras estudiadas: tapas, barras y varillas.

Por último, se presentan los resultados y las conclusiones obtenidas. En primer lugar, se estudia la influencia del tipo de madera utilizada en la tapa, lo que permite establecer la relación entre la especie empleada y la respuesta obtenida tanto experimental como simulada. Después se procede a estudiar, por ambos métodos, la evolución de los parámetros modales debida a la colocación del sistema de barras transversales y a la adición progresiva de varillas generando dos abanicos diferentes, uno simétrico y otro antisimétrico.

ANÁLISIS MODAL TEÓRICO

El análisis modal se define como el proceso de descripción de las propiedades dinámicas de una estructura elástica en función de los modos normales de vibración.

8. Villar, J. *La guitarra española*. Ed. Olivis.

9. Pujol, E. (1960) *El dilema del sonido de la guitarra*. Buenos Aires, Ed. Ricordi.

10. Azpiazu, J. (1980). *La guitarra y los guitarristas*. Buenos Aires, Ed. Ricordi.

11. Osun, I. *La guitarra en la historia*. Madrid, Ed. Opera.

12. Pujol, E. (1956) *La escuela razonada de la guitarra*. Buenos Aires, Ed. Ricordi.

El análisis modal teórico forma parte de la teoría clásica de vibraciones, explica la existencia de frecuencias naturales, de factores de amortiguamiento y de formas modales de vibración tanto reales como complejas para sistemas lineales.

La aplicación del análisis modal establece la relación entre los parámetros de la estructura: masa, rigidez y amortiguamiento, lo que se conoce como *Modelo Espacial*, con las frecuencias naturales y los correspondientes modos de vibración, lo que constituyen el *Modelo Modal*. Por último se establece la relación de estos dos modelos con la Función de Respuesta en Frecuencia para sistemas con múltiples grados de libertad, es decir, cómo vibra la estructura bajo unas condiciones concretas de excitación, con lo cual se define el *Modelo de Respuesta*.

Los tres modelos descritos son interdependientes, por lo tanto se puede proceder en sentido contrario, y así, del modelo de respuesta llegar al modelo espacial; éste es el caso del análisis modal experimental.

En general los conceptos de Análisis Modal se aplican a estructuras continuas que pueden ser descritas como un sistema con múltiples grados de libertad. El número de grados de libertad de un sistema dinámico queda determinado por el número de coordenadas necesarias para definir los movimientos que les están permitidos a las masas en que se haya distribuido el sistema.

En un sistema con múltiples grados de libertad, se define un modo de vibración como una configuración deformada en la que el movimiento de cada masa es una vibración armónica alrededor de la posición de equilibrio. Según esta definición, la ecuación diferencial que define el movimiento de la estructura es:

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [C] \{\dot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

donde $[M]$, $[C]$, $[K]$ son las matrices de dimensión $(N \times N)$ de masa, de amortiguamiento y de rigidez del sistema, y $\{\ddot{x}(t)\}$, $\{\dot{x}(t)\}$, $\{x(t)\}$ y $\{f(t)\}$ son vectores $(N \times 1)$ que representan la aceleración, la velocidad, el desplazamiento y la fuerza de excitación respectivamente.

En la Ec. (1) se considera que sólo la viscosidad contribuye a la disipación de energía y los modos de vibración del sistema se determinan considerando que la excitación es nula y suponiendo que la respuesta es de la forma¹³:

$$\{x(t)\} = \{\psi_r\} e^{\lambda_r t} \quad (2)$$

con lo que se obtiene un problema de valores y de vectores propios complejos. Existen $2N$ valores propios λ_r , dados en forma de pares de complejos conjugados. Esto se debe a que los coeficientes de las matrices son reales, y por lo tanto cualquier valor característico tiene que ser real o aparecer en forma de pares de complejos conjugados. A cada uno de estos valores propios aparece asociado un vector propio, $\{\psi_r\}$, también en forma de pares de complejos conjugados, ya que el grado de multiplicidad de cada autovalor es uno. Por lo tanto la solución se puede describir por:

$$\lambda_r, \lambda_r^* \quad (3)$$

$$\{\psi_r\}, \{\psi_r^*\}_r$$

13. Ewins, D. (1984) *Modal Testing: Theoretical and Practice*. Research Studies Press Ltd.

para valores de $r = 1, \dots, N$. Donde

$$\lambda_r = \sigma_r + j\omega_r \quad (4)$$

La parte real de los autovalores de la Ec.(4), σ_r , representa el amortiguamiento asociado al modo r , y la parte imaginaria, ω_r , representa la frecuencia natural amortiguada de dicho modo. Si el sistema no presenta amortiguamiento, $[C]$ nula, los autovalores Ec.(4) son imaginarios puros y las componentes de los modos de vibración, $\{\psi_r\}$, estarán en fase o en oposición de fase, con lo cual se pueden escalar de forma que sean reales. En este caso a los autovectores se les denomina *modos normales de vibración*.

Las relaciones de ortogonalidad de la matriz de masa y de rigidez en el caso de un sistema sin amortiguamiento:

$$(\lambda_r \lambda_s^*) \{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_s - \{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_s = 0 \quad (5)$$

son la base de la transformación que deacopla la Ec.(1),^{13,14}, y permite estudiar el sistema como N osciladores armónicos amortiguados de un grado de libertad (g.d.l.) con lo cual se define la *masa modal*, m_r , y la *rigidez modal*, k_r , asociada a cada modo de vibración o g.d.l.:

$$m_r = \{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r \quad (6)$$

$$k_r = \{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_r$$

A partir de las Ecs.(6) se define la frecuencia natural de vibración asociada al modo r como:

$$\omega_{0r}^2 = \frac{\{\psi^*\}_r^T [K] \{\psi\}_r}{\{\psi^*\}_r^T [M] \{\psi\}_r} = \frac{k_r}{m_r} \quad (7)$$

Así, la respuesta de un sistema con múltiples grados de libertad puede ser descrita como una superposición lineal de sistemas con único grado de libertad.

A continuación se describen las bases teóricas de la aproximación experimental del análisis modal. Esta aproximación se basa en la obtención de los parámetros modales a partir de las *Fundiciones de Respuesta en Frecuencia* de la estructura, FRF.

La FRF para un sistema con N grados de libertad, se puede calcular utilizando una excitación/respuesta simple, como es el caso de este trabajo, o una excitación/respuesta en múltiples puntos de la estructura. La FRF con múltiples entradas y salidas es una técnica apropiada para estructuras grandes y flexibles. En cambio para objetos compactos, como es el caso de los instrumentos musicales, la utilización de un único punto de excitación es un método adecuado y los resultados reflejan la conducta vibracional de la estructura en cuestión¹⁴.

Si se asume que los polos del sistema tienen multiplicidad unidad, complejos conjugados, la respuesta en frecuencia en el grado de libertad i , cuando se introduce una excitación en el grado de libertad k , viene dada por¹⁵:

14. Allemang, R. (1992) *Vibrations: Analytical and Experimental Modal Analysis*. Course text. University of Cincinnati, Ohio, USA.

15. Marshall, K.D. (1986) *Modal Analysis. A Primer on Theory and Practice*. BF Goodrich R & D Center, Brecksville.

$$[H(\omega)] = [\lambda_r^2 [M] + [K]]^{-1} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{[A]_r}{(j\omega - \lambda_r)} + \frac{[A]_r^*}{(j\omega - \lambda_r^*)} \right) \quad (8)$$

Donde $[A]_r$ son las matrices de *constantes modales* asociadas al modo r y cuyos términos se calculan a partir de la expresión

$$A_{ikr} = b_r \psi_{ir} \psi_{kr} \quad (9)$$

b_r , es una constante compleja cuyo valor se determina de acuerdo a la normalización de los modos de vibración, ψ_{ir} y ψ_{kr} representan las componentes k e i del modo r .

En el caso de una única excitación cada columna de la matriz $[H]$ se estima independientemente, por lo que si el sistema presenta no linealidades o propiedades variables con el tiempo pueden aparecer cambios en las frecuencias de resonancia entre las diferentes columnas.

Existe la posibilidad de representar $[H(\omega)]$ en función del desplazamiento, de la velocidad o de la aceleración, obteniéndose la *Receptancia* $[Y(\omega)]$, la *Admitancia* $[A(\omega)]$ o la *Inertancia* $[H(\omega)]$ respectivamente. Estas tres funciones están relacionadas según las expresiones:

$$[A(\omega)] = j\omega [H(\omega)] \quad (10)$$

$$[Y(\omega)] = j\omega [A(\omega)] = -\omega^2 [H(\omega)]$$

Según sea la posición de los puntos de excitación y de respuesta, se pueden considerar dos tipos de FRFs:

- *Admitancia Puntual* (o receptancia, etc) es aquella FRF en que los puntos de excitación y respuesta son coincidentes.
- *Admitancia Cruzada* (o receptancia, etc) es aquella RFR en que los puntos de excitación y respuesta son diferentes.

En las FRFs cruzadas, las constantes modales alternan su signo, lo que implica que pueden existir anti resonancias o mínimos entre dos resonancias consecutivas del espectro.

Si el punto de excitación o el de respuesta coinciden con una línea nodal de un modo de vibración, ese modo no aparecerá como una resonancia en esa FRF particular, debido a que la constante modal es cero.

ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL

El análisis modal experimental es el proceso experimental de determinar los parámetros modales: frecuencias, factores de amortiguamiento y vectores modales, de un sistema lineal e invariante con el tiempo. Estos parámetros se pueden determinar por métodos experimentales o por métodos analíticos, como es el caso del análisis por elementos finitos. En este caso el análisis modal experimental se utiliza para verificar los resultados obtenidos con el método analítico.

Para obtener las frecuencias naturales, los modos de vibración y el amortiguamiento de la estructura, es necesario definir la estructura en estudio, la entrada del sistema (excitación) y la salida (desplazamiento, velocidad o aceleración) con lo que se puede calcular la respuesta en frecuencia del sistema y llevar a cabo, posteriormente, la estimación de parámetros modales.

A la hora de determinar experimentalmente la respuesta en frecuencia de una estructura se realizan las siguientes suposiciones^{13,15}:

1. La estructura es lineal.
2. Se asume que la estructura es invariante con el tiempo.
3. Se asume que la estructura es observable.

Para elegir método más adecuado de excitación de la estructura hay que considerar el rango de frecuencias de interés, la energía que se requiere para excitar adecuadamente los modos, así como el posible amortiguamiento de la estructura.

Básicamente se pueden considerar dos tipos de excitaciones: de contacto y de no contacto. En el primer grupo se incluyen aquellos excitadores que permanecen unidos a la estructura durante todo el tiempo de realización del ensayo. El segundo tipo de excitadores esta formado por aquellos que no están en contacto durante todo el ensayo, y los que están en contacto un periodo bastante reducido en el que se aplica la excitación, como es el caso del martillo transductor utilizado en este trabajo.

El martillo consiste en un martillo impactador con una serie de cabezas y masa adicionales que sirven para extender el rango de frecuencias y el nivel de fuerzas, de acuerdo a las necesidades que se presenten en cada análisis. Además, en el interior del martillo va colocado un transductor de fuerza, o célula de carga, que detecta la fuerza aplicada sobre la estructura. La señal de excitación generada por el martillo se puede tratar como una señal Impulso, determinista y no periódica.

La magnitud del impacto viene determinada por la masa del martillo y la velocidad del impacto. El rango de frecuencias de excitación depende de la rigidez superficial de las superficies de contacto, del tipo de cabeza y de la masa del martillo. Existirá una frecuencia de resonancia por encima de la cual será difícil excitar el sistema. Así, cuando el martillo golpea a una estructura, esta experimenta una fuerza impulso cuyo contenido en frecuencia es esencialmente plano hasta la frecuencia f_c , característica del martillo y especificada por el fabricante¹⁶.

En general se asume que el autoespectro de la señal de excitación es lo suficientemente plano en el intervalo de frecuencias de interés. Cuando el autoespectro de excitación es uniforme, el autoespectro de la señal de respuesta es proporcional al cuadrado de los módulos de la función de respuesta en frecuencia. En este caso los polos del espectro de respuesta son los polos de la FRF.

Para captar la respuesta de la estructura se ha utilizado un transductor piezoeléctrico, en concreto un acelerómetro. En este transductor, la fuerza ejercida sobre el cristal va a ser proporcional a la aceleración del sistema.

Para definir el rango de frecuencias de trabajo de un acelerómetro se debe conocer la frecuencia de resonancia del mismo. Sin embargo esta característica va a depender no solo del acelerómetro, sino de la estructura y de la forma en que se una a ella. Por esto es necesario evaluar el montaje del transductor con el sistema, ya que existe la posibilidad de movi-

16. PCB Piezotronics (1985) *Modally Tuned Impact Hammer Kits for Testing Structural Behavior*. PCB Piezotronics, Depew, Nueva York.

mientos relativos entre la estructura y el transductor, lo que puede dar lugar a resonancias ficticias en el rango de frecuencias de interés. La unión transductor-estructura es fundamental en el análisis modal experimental.^{13,15}

La sensibilidad de los acelerómetros oscila entre 1pC/g y 1000pC/g. En general, cuanto mayor sea la sensibilidad con mayor precisión se podrán realizar los ensayos. Ahora bien, esto implica que el peso del acelerómetro será mayor, con lo cual se está introduciendo una carga adicional que está modificando las características dinámicas de la estructura. Además, al crecer la masa del transductor su frecuencia natural disminuirá, y por tanto, el rango de frecuencias con el que se puede trabajar también es inferior. Se considera que un transductor es adecuado para un análisis si la razón de su masa y de su tamaño es de 1 a 100 con respecto al de la estructura.

Por lo tanto el acelerómetro que se utilice debe estar en función de las condiciones del test a realizar y del rango de frecuencias de interés. Las condiciones del test incluyen factores como la temperatura, la humedad, si la perficie de contacto estructura-acelerómetro es irregular,...¹⁷.

Los datos captados por los transductores, ya digitalizados, mediante la tranformada de Fourier se transforman del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, con lo que se obtiene la *Función de Respuesta* (FRF).

La FRF es el método de analisis modal experimental más utilizado en la estimación de parámetros modales, se define como la razón compleja de la respuesta de salida entre la excitación de entrada para una excitación simple o múltiple, con lo que se establece la relación fuerza-desplazamiento del sistema. Una vez obtenida la FRF, ésta se utiliza como entrada en el proceso de estimación de parámetros modales.

El comportamiento de un sistema mecánico se puede describir mediante un modelo paramétrico, en el que las variables son los denominados parámetros modales. El problema consiste en ajustar los parámetros del modelo (frecuencias naturales, factores de amortiguamiento modal, constantes modales y modos de vibración) de forma que respondan lo más fielmente posible a los datos experimentales obtenidos.

Hay numerosas técnicas de estimación de parámetros modales según se calculen éstos en el dominio del tiempo o de la frecuencia, se realice una estimación local o global, se consideren múltiples entradas simultáneas al sistema o una única excitación, o bien un único grado de libertad o múltiples. Según sea la combinación de estas opciones se obtienen las distintas técnicas.

En este trabajo se han utilizado dos técnicas: *Técnica Least Squares Complex Exponential* (LSCE) y *Técnica Least Squares Frequency Domain* (LSFD).

La técnica LSCE permite la estimación simultánea de la frecuencia y del amortiguamiento de los modos de vibración del sistema. Con este método se analizan todos los registros simultáneamente, con lo que se obtienen unas estimaciones globales de dicho parámetros modales. Sólo considera una única entrada al sistema y trabaja en el dominio del tiempo^{13,18}.

17. PCB Piezotronics (1985) *Quartz Piezoelectric transducers*. PCB Piezotronics, Depew, Nueva York.

18. *Users Manual: Lms* (Leuven Measurement System)

Una vez conocidos los valores de las frecuencias y del amortiguamiento correspondiente a los diferentes modos de vibración de la estructura se utiliza la técnica (LSFD) para estimar las constantes modales, A_{ikr} Ec.(9)

Esta técnica asume la hipótesis de múltiples grados de libertad y considera una única entrada al sistema. Determinados el amortiguamiento y la frecuencia, la solución óptima se obtendrá por la técnica de mínimos cuadrados, con lo cual quedan determinadas las constantes y los parámetros modales del sistema.

En el caso que la estructura no presente amortiguamiento, los modos son reales mientras que las constantes A_{ikr} son imaginarias puras. Por ello el factor de escala de b_r debe ser imaginario puro:

$$b_r = \frac{1}{2jm_r\omega_r} \quad (11)$$

Una vez obtenidas las constantes modales, para determinar las amplitudes de los modos es necesario imponer una condición adicional, la *Normalización del Modo*. El método más utilizado es la normalización de la masa modal a la unidad, $m_r = 1$.

EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO A PROBLEMAS DINÁMICOS

A continuación se describen brevemente las bases teóricas del análisis dinámico por el método de elementos finitos. A la hora de abordar cualquier problema físico correspondiente a un sistema de cierta envergadura, puede ocurrir que la solución de este problema pueda ser de difícil obtención si se realiza en una sola operación para el sistema completo.

En la mayor parte de los casos es conveniente fragmentar dicho sistema en elementos menores en los que se puede resolver el problema con facilidad, y deducir el comportamiento del sistema completo ensamblando convenientemente los resultados obtenidos para cada elemento particular. En este planteamiento se basa el método de los elementos finitos, M.E.F.^{19,20}

La aplicación del método a problemas físicos en los que interviene la variable tiempo se resuelve mediante la Ec.(1), la cual es discretizada en función de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones nodales permitidos a la estructura:

$$[M] \{\ddot{\delta}^*\} + [C] \{\dot{\delta}^*\} + [K] \{\delta^*\} = \{f^*\} \quad (12)$$

El término $[M] \{\ddot{\delta}^*\}$ representa la fuerza de inercia en función de las aceleraciones nodales, siendo $[M]$ la matriz de masas consistente global de la estructura que se obtiene ensamblando las matrices elementales consistentes de cada elemento, $[m]_e$:

$$[m]_e = \int_v [N]^T \rho [N] dv \quad (13)$$

Donde $[N]$ es la matriz de las funciones de forma que relaciona las coordenadas de un punto interior del elemento con las coordenadas nodales. Estas funciones son continuas, únicamente dependen de las propiedades del elemento utilizado en la discretización de la

19. Zienkiewicz, O.C. (1995) *The Finite Element Method*. Mc Graw-Hill.

20. Rao, S.S. (1989) *The Finite Element Method in engineering*. Pergamon Press.

estructura y permiten conocer el campo de desplazamiento en todo punto del elemento a partir de las variables nodales.

El segundo término de la Ec.(12) representa la fuerza de amortiguamiento viscosa lineal de la estructura. La matriz global [C] se obtiene a partir de la matriz elemental de cada elemento, [c]_e:

$$[c]_e = \int_{\nu} [N]^T \mu [N] d\nu \quad (14)$$

Siendo μ el coeficiente que representa la viscosidad del medio. Por último, el término $[K]\{\delta^*\}$, representa la fuerza elástica a la que esta sometida la estructura, donde [K] es la matriz de rigidez global que se obtiene ensamblando las matrices de rigidez elemental:

$$[k]_e = \int_{\nu} [B]^T [D][B] d\nu \quad (15)$$

Siendo [D] el tensor elástico del material y [B] la matriz de deformaciones nodales obtenida a partir de las funciones de forma del elemento.

En general los softwares de elementos finitos no contemplan el amortiguamiento del sistema en el calculo de los modos y frecuencias naturales, el amortiguamiento se tiene en cuenta en el análisis dinámico posterior. Por tanto la obtención de las frecuencias naturales y de los modos de vibración en un problema dinámico se reduce a resolver la ecuación:

$$[M]\{\ddot{\delta}^*\} + [K]\{\delta^*\} = \{0\} \quad (16)$$

Este es un problema de valores y vectores propios, cuyas bases teóricas se han descrito en el apartado de análisis modal teórico. Existen numerosos algoritmos para obtener los autovalores del sistema, los más utilizados son: el método de subespacios, el método de Lanczos y el método reducido.

Si las matrices de masa y de rigidez son de orden $N \times N$, se obtendrían N frecuencias naturales al cuadrado, ω^2 . En la práctica, sólo se determinan los r modos y frecuencias de vibración más bajos.

Conocidos los autovalores y autovectores, se ha utilizado *el método de superposición modal* para determinar la respuesta dinámica. Este método es válido sólo si la estructura es lineal, consiste en multiplicar los modos de vibración por factores de escala y superponerlos para obtener los desplazamientos ante una excitación $\{f^*\}$. Los desplazamientos nodales se obtienen a partir de:

$$\{\delta^*(t)\} = y_1(t)\{\psi_1\} + y_2(t)\{\psi_2\} + \dots + y_r(t)\{\psi_r\} \quad (17)$$

Donde $\{\psi_j\}$ son los modos de vibración de dimensión $N \times 1$, siendo $r < N$, e $y_j(t)$ son los *factores de escala o coordenadas modales*.

Teniendo en cuenta las propiedades de ortogonalización de las matrices de masa y de rigidez, Ec.(5) y suponiendo que la normalización se ha realizado respecto a la matriz de masas, la Ec.(12) se transforma en:

$$[\psi]^T [M] [\psi] \{\ddot{y}\} + [\psi]^T [K] [\psi] \{y\} = [\psi]^T \{f^*\} \quad (18)$$

Con lo que se obtienen r ecuaciones desacopladas:

$$\ddot{y}_r(t) + \omega_r^2 y_r(t) = f_r(t) \quad (19)$$

Cada ecuación representa el equilibrio dinámico de un sistema con un único grado de libertad: masa-muelle-amortiguador. La solución y_r es la respuesta del modo r ,o factor de

escala. En el desplazamiento de un nodo, Ec.(17), contribuirán en general todos los modos de la estructura multiplicados por el factor de escala correspondiente.

El software de elementos finitos utilizado en este trabajo ha sido ABAQUS (Hibbit, Karlsson & Sorensen)²¹.

DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRUCTURAS ANALIZADAS, DEL SISTEMA EXPERIMENTAL Y DE LOS MODELOS SIMULADOS

Las estructuras estudiadas se considera que tienen un comportamiento lineal y que son invariantes con el tiempo lo que garantiza que medidas experimentales realizadas en tiempos diferentes sean consistentes. Así mismo las medidas entrada-salida que se han llevado a cabo contienen suficiente información para generar un modelo observable del comportamiento del sistema.

Se han estudiado tres tipos de madera: pino, cedro y contrachapado²². De cada material se analizaron experimentalmente tres tapas para caracterizar el comportamiento de dicho material. Se comprobó que presentaban las mismas características vibracionales a excepción de cambios no significativos en el nivel de las curvas de admitancia. Estas medidas han permitido establecer el comportamiento vibracional de cada tipo de madera y posteriormente ajustar el modelo de elementos finitos a los resultados experimentales.

Tabla 1. Características de las maderas analizadas

	<i>masa(gr)</i>	<i>espesor(mm)</i>	<i>densidad(kg/m³)</i>
<i>pino</i>	194	2,5	572
<i>cedro</i>	142	3,0	348
contrachapado	198	2,5	585

Se denominan barras a tres piezas de pino cuya fibra está orientada según el eje de la barra, con las mismas características físicas a excepción de la longitud, que se colocan transversalmente a la fibra de la madera.

Dos barras, una corta (BC) y otra larga (BL), se sitúan por encima de la boca de la guitarra, y la tercera, (BC), se coloca por debajo. Su fin es que la tapa armónica soporte la tensión del mástil. Las características de las barras y su figura se presentan a continuación:

Tabla 2. Características de las barras transversales

	(BL)	(BC)
Masa (gr)	15	10
Longitud (mm)	280,0	240,0
Espesor: e (mm)	7,5	7,5
Altura: h1 (mm)	5,0	5,0
Altura: h2 (mm)	12,0	12,0
Densidad (Kg/m ³)	572	572

21. Hibbit K., Sorensen A. (1996) *Theory Manual*.

22. McIntyre, M. E. and Woodhouse, J. (1986) *On measuring wood properties (part. 3)*. Cambridge University Engineering Department.

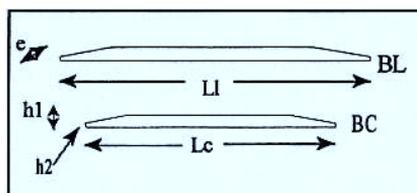


Figura 1. Geometría de las barras transversales

Estas tres barras transversales se han colocado simultáneamente en cada una de las tapas estudiadas y su posición se puede observar en las Figuras 3 y 5.

A continuación se procedió a la colocación sucesiva de las varillas, cuyo material es el mismo que el de las barras transversales. Su geometría y sus características son:

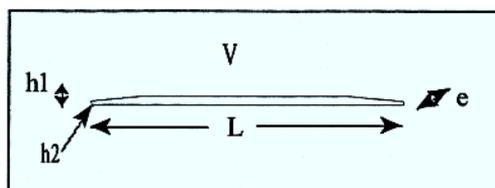


Figura 2. Geometría de las varillas

Tabla 3. Características de las varillas del abanico

	Masa(gr)	Longitud: L (mm)	Espesor:e (mm)	Altura:h1 (mm)	Altura: h2 (mm)	Densidad (Kg/m ³)
V	3	236,0	4,0	3,0	6,0	572

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El dispositivo experimental consiste en un sistema de excitación, otro de recepción de la respuesta y un sistema de análisis de señal²³.

El sistema de excitación es un martillo transductor (PCB 086C80, autoespectro plano hasta 1kHz) que genera una señal impulso en el tiempo, señal que en el dominio de la frecuencia presenta un espectro plano en la banda de frecuencia de interés. La respuesta de la estructura es captada por un acelerómetro (PCB n^o309A, frecuencia de resonancia: 100kHz). Tanto la señal de excitación generada por el martillo como la respuesta captada por el acelerómetro se trasladan a un analizador de señal (HP 35655A de ocho canales) capaz de realizar la transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform, FFT), el cual

23. Elejabarrieta, M. J., Ezcurra, A. (1997) *Material dependence of the vibrational behaviour of the guitar's plate*. Proc. I.O.A., Edimburg, U.K., Vol. 19 Part5, pp. 143-148, 1997.

calcula la FRF del sistema, a través del cociente respuesta-excitación. Este método de trabajo es adecuado para obtener la respuesta en frecuencias de instrumentos musicales de cuerda.^{24,25}

El analizador es controlado por un software de análisis modal, denominado CadaX de *Lms* (Leuven Measurement System), que a partir de la respuesta de diversos puntos de la estructura estima los parámetros modales y los modos de vibración que abarca la banda de frecuencia en estudio¹⁸.

La banda de frecuencias estudiada fue de 64 Hz a 400Hz, y el número de líneas espectrales fue de 1600. Con estos datos el tiempo de muestreo quedó determinado en $t = 1,25\text{ms}$ y la resolución en frecuencias $\Delta f = 0,5\text{Hz}$.

Cada respuesta se obtuvo como el promedio de tres medidas, con el fin de minimizar posibles errores.

Para el montaje de acelerómetro con la estructura se utilizó una lamina delgada de cera. Este tipo de unión evita movimientos relativos entre la estructura y el transductor, y hace que se optimice el rango de utilización del acelerómetro ya que prácticamente no se modifica su frecuencia de resonancia.

La configuración utilizada para realizar las medidas fue en condiciones de contorno libre, evitando que el entorno influya de forma mínima en la respuesta del sistema. Para ello, se optó por un sistema de sujeción mediante gomas, con el que se evitó que las resonancias inducidas por la sujeción se sitúen en la banda analizada.

Los resultados experimentales se obtuvieron excitando la estructura en 115 puntos, denominados nodos, distribuidos de forma simétrica respecto a la línea central de la tapa, Figura 3. El punto de respuesta fijo, RES, se ha elegido coincidente con la posición sobre el puente de la cuerda más grave de la guitarra, Mi_2 . La máxima resolución entre dos nodos es de 2,82cm y la máxima distancia es de 5,85cm. El número 56 corresponde al nodo del que se presentan los resultados de la admitancia cruzada.

La distribución simétrica de varillas, usualmente conocida como abanico, aparece en el S. XIX y se debe a Antonio Torres^(8,10). El número de varillas que se colocan usualmente oscila entre 3 y 7, en este trabajo se ha optado por el caso intermedio de 5 varillas, Figura 3a.

La posición de las varillas se describe a continuación:

- (1v), varilla situada en el eje central longitudinal a 2cm de la barra transversal inferior (BC).
- (2v), dos varillas simétricas respecto a (1v) formando un ángulo aproximado de 11° respecto a la varilla central.
- (3v), dos varillas que forman un ángulo de 20° con respecto a (1v).

24. Jansson, E.V. (1983) *Acoustics for the guitar player*. Royal Academy of Music.

25. Marty, S.M. (1987) *Assesment of innovations in the construction of the clasical guitar: Part I. Analysis of top-plate using FFT techniques and holographic interferometry*. Sydney, School of Electrical Engineering.

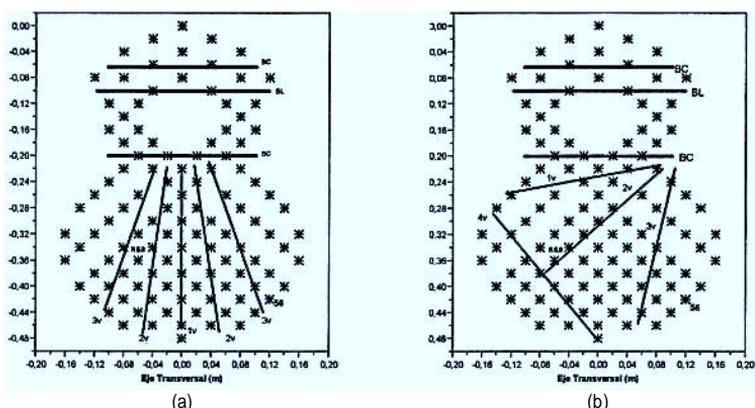


Figura 3. Distribución de puntos medidos experimentales (a). Abanico simétrico y asimétrico (b).

En el caso de la distribución asimétrica de varillas, Figura 3b, se describe el ángulo existente entre cada varilla y la barra transversal situada por debajo de la boca:

- Ángulo aproximado entre 1v y BC; 18°
- Ángulo aproximado entre 2v y BC; 45°
- Ángulo aproximado entre 3v y BC; 80°
- Ángulo aproximado entre 4v y 2v: 90°

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Para modelizar por elementos finitos las tapas armónicas de guitarra se han utilizado elementos lamina, con ocho nodos por elementos e integración reducida. Los grados de libertad por nodo son cinco: los desplazamientos (u_1, u_2, u_3) y dos giros (ϕ_1, ϕ_2). Este tipo de elementos, S8R5, son los recomendados para modelizar placas delgadas²⁶. La dirección "1" es paralela a la fibra de la madera, la "2" es perpendicular a dicha fibra en el plano de la tapa armónica y la "3" es perpendicular a dicho plano.

El número de elementos utilizado ha sido de 2336 y el número de nodos 9556. Este número tan alto de elementos evita las distorsiones en la malla, así como posibles errores en los resultados. La malla utilizada en la modelización de las tapas armónicas de guitarra, se puede observar en la Figura 5.

Los valores de la densidad y de los espesores utilizados en la simulación de las tapas son los descritos en la Tabla 1.

Los materiales diseñados se consideran lineales y elásticos. El nivel de anisotropía del material, en este caso de la madera, queda definido por el tipo de tensor elástico que se elija. Para simular el comportamiento vibracional de las tapas armónicas se ha considerado que el material es ortotrópico y que el tensor elástico corresponde al caso de placas de tensión

26. Richardson, B.E. and Roberts, G. (1986) *The adjustment of mode frequencies in guitars: A study by means of holographic interferometry and finite element analysis*. University College, Cardiff, Wales.

27. Gómez, S., Álvarez, R., Alarcón, E. (1990) *Calculo matricial de estructuras*. Barcelona, Ed. Reverté.

plana, con lo cual queda definido por seis constantes elásticas: módulo de Young en la dirección paralela a la fibra de la madera (E_1), módulo de Young perpendicular a la fibra de la madera (E_2), coeficiente de Poisson (ν_{12}), y por los módulos de cizalla en las direcciones principales (G_{12}, G_{13}, G_{23}).²⁸

Estos coeficientes del tensor elástico se han utilizado como variables en el modelo de elementos finitos para ajustar los modos de vibración y las frecuencias propias de vibración a los resultados experimentales. Los valores del tensor elástico para los diferentes materiales de las tapas con los que se ha obtenido una respuesta de las estructuras similar a la experimental vienen dados en la Tabla 4.

Tabla 4. Tensor elástico de los materiales simulados.

	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)
pino	18	1,70	0,037	1,1	0,6	0,02
cedro	8	0,65	0,037	0,7	0,6	0,02
contrachapa	16	2,60	0,037	0,8	0,8	0,02

Para modelizar las tres barras transversales adheridas a la parte superior de las tapas armónicas y las varillas del abanico, se han utilizado elementos vigas tridimensionales de sección rectangular e interpolación cuadrática, elementos B32.

ABAQUS considera a los elementos viga como elementos unidimensionales con una rigidez asociada a la deformación del eje principal de la viga^{21,27}. Los elementos considerados ofrecen una flexibilidad adicional asociada con la deformación transversal de cizalla entre el eje principal de la viga y la sección transversal, a estas vigas se les denomina vigas de Timoshenko.

Para este tipo de elementos se considera que los módulos de cizalla son constantes, y por tanto independientes de la respuesta de la viga a deformaciones axiales o de flexión.

Cada una de las barras y varillas (BC, BL y V) se ha modelizado con tres tipos de elementos viga, cuya diferencia es el tamaño de la sección transversal. Con esto se ha pretendido representar la geometría de los extremos de las barras transversales y de las varillas cuya altura va creciendo progresivamente y de forma lineal desde el valor h_1 hasta h_2 dados en la Tabla 2. La geometría y las dimensiones utilizadas se pueden observar en la Figura 4 y en la Tabla 5.

Al adherir estas estructuras a las tapas armónicas no se han añadido nodos nuevos ya que la unión tapa-barra o tapa-varilla se ha realizado mediante nodos comunes definidos previamente en las tapas.

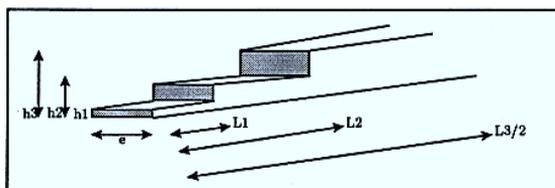


Figura 4

28. Ezcurra, A. (1996) *Influence of the material constants on the low frequency modes of guitar plate*. Journal of Sound and vibrations, 194.

Tabla 5

	L1(mm)	L2(mm)	L3/2(mm)	H1(mm)	h2(mm)	H3(mm)	e(mm)
BL	26,0	24,0	90,0	5,0	9,5	14,0	7,5
BC	26,0	24,0	70,0	5,0	9,5	14,0	7,5
V	15,0	15,0	88,0	2,0	4,0	6,0	4,0

El material de las vigas se considera ortotrópico, pero no es válida la aproximación de tensión plana considerada previamente en las tapas, por lo que es necesario definir los módulos de Young, los coeficientes de Poisson y los módulos de cizalla en las tres direcciones principales de la viga. ABAQUS utiliza un sistema de ejes locales para la definición de las características de las vigas, así la dirección "1" es coincidente con el eje axial y las direcciones "2" y "3" definen el plano de la sección del elemento viga.

Para estas estructuras los valores de los términos del tensor elástico para los que se han obtenido una respuesta similar a la real en la tapa armónica de cedro vienen dados en la Tabla 6.

Tabla 6. Tensor elástico de las barras y varillas

	E ₁ (GPa)	E ₂ (GPa)	E ₃ (GPa)	ν ₁₂ ,ν ₁₃ ,ν ₂₃	G ₁₂ ,G ₁₃ (GPa)	G ₂₃ (GPa)
BL, BC, V	6	0,8	0,8	0,0374	0,5	0,02

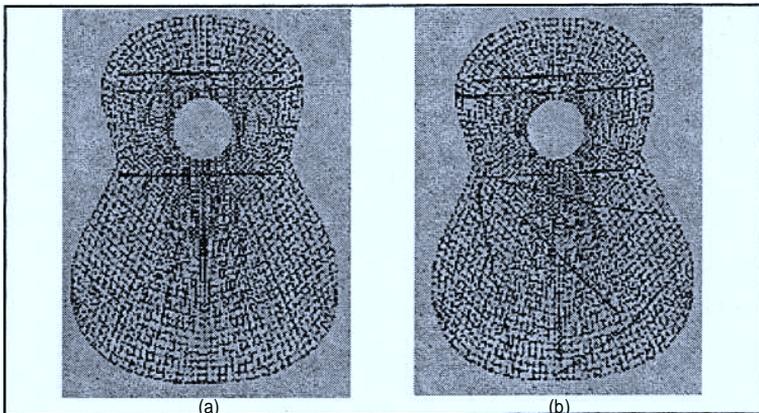


Figura 5. Malla. Distribuciones simuladas: (a) simétrica y (b) asimétrica

ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TAPAS ARMÓNICAS EN FUNCIÓN DEL MATERIAL

El proceso para obtener los patrones vibracionales y la respuesta en frecuencias con el método experimental es el inverso al seguido con el método de elementos finitos. La metodología seguida en las medidas experimentales se basa en el cálculo de los modos de vibración del sistema a partir de FRF en diversos puntos de la estructura analizada. En cambio, en simulación se comienza por calcular los modos naturales y se obtiene la respuesta en frecuencias por superposición modal.

En primer lugar se presentan los resultados experimentales y posteriormente se comparan con los obtenidos en la simulación.^{23,25,26}

Para obtener los resultados experimentales se ha realizado una estimación global de los modos existentes con las técnicas LSCE y LSFD en la banda de 10Hz a 250Hz.

En la Figura 6 se pueden observar los patrones de vibración experimentales de los seis primeros modos naturales de la tapa de cedro en condiciones de contorno libre y sin ninguna estructura adicional, así como las frecuencias naturales y los factores de calidad correspondientes a dichos patrones en el caso de los tres materiales. Estas figuras se han obtenido a partir de los datos suministrados por el software de análisis modal CadaX, y posteriormente han sido tratados con un paquete gráfico de representación en tres dimensiones, *Micro Cal Origin*.

Las líneas nodales están representadas por zonas sombreadas. Las cotas que aparecen en las líneas de nivel representan amplitudes de desplazamiento relativas. Esto se debe a que los modos han sido normalizados de forma individual, con lo cual no existe un nivel de referencia común para distintos modos. Por lo tanto, estas cotas sólo reflejan la amplitud de vibración de las diferentes zonas de la tapa para el modo considerado.

El tensor elástico de un material ortotrópico, como la madera, se define mediante nueve parámetros elásticos. Pero las características vibracionales de una placa de madera se pueden describir, en primera aproximación, con tres constantes elásticas, los módulos de Young E_1 y E_2 , paralelo y perpendicular respectivamente a la fibra de la madera y el módulo de cizalla G_{12} . A continuación se dan las características de cada modo de vibración en función de estas tres constantes.

modo # 1: Modo fundamental de torsión. El patrón vibracional y la frecuencia de este modo dependen fundamentalmente del módulo de cizalla G_{12} del material.

modo # 2: Modo fundamental de flexión transversal, está muy influido por el módulo de Young, E_2 . En la tapa de pino las líneas nodales presentan cierta curvatura en la parte superior e inferior de la tapa por lo que no son paralelas a la fibra de la madera, al contrario, de lo que se puede observar en la tapa de cedro. Por lo tanto en la tapa de pino este modo también está influido por E_1 .

modo # 3: Se puede considerar como el modo fundamental de flexión longitudinal en la zona superior de la tapa. En la zona inferior de la tapa de pino este modo se puede interpretar como una combinación de flexión longitudinal y transversal. Por lo tanto en la zona superior del pino predomina la influencia de E_1 y en la inferior influyen los dos módulos de Young. En la tapa de contrachapado este hecho es más pronunciado.

modo # 4: En la zona superior de la tapa este modo presenta un carácter de flexión transversal y en la inferior torsional. En la tapa de contrachapado no aparece.

modo # 5: Segundo modo de torsión. En la zona inferior de la tapa se puede observar la influencia de E_2 por la inclinación de la línea nodal perpendicular a la fibra de la madera.

modo # 6: Este modo presenta un carácter de flexión transversal prácticamente en toda la tapa, a excepción de la zona superior que presenta una ligera torsión la cual es superior en la tapa de pino que en la de cedro. Se puede considerar como segundo modo de flexión transversal.

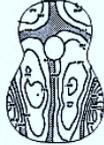
						
	modo#1	modo#2	modo#3	modo#4	modo#5	modo#6
cedro	34Hz Q=36	40Hz Q=41	63Hz Q=52	86Hz Q=78	98Hz Q=75	102Hz Q=59
pino	28Hz Q=44	41Hz Q=44	61Hz Q=65	82Hz Q=36	106Hz Q=30	165Hz Q=47
contrachapa	25Hz Q=24	51Hz Q=18	56Hz Q=42		80Hz Q=65	126Hz Q=49

Figura 6. Modos de vibración y frecuencias naturales experimentales de los tres materiales analizados

En la Figura 7 se presentan los patrones y las frecuencias naturales de los seis modos de vibración de la tapa de cedro obtenidos por el método de elementos finitos, en condiciones libre y sin estructuras adicionales.

Como ya se ha explicado en el apartado anterior se ha utilizado el tensor elástico como variable para ajustar tanto las deformadas de los modos de vibración como las frecuencias de resonancia a los resultados experimentales. Este ajuste sólo ha sido posible para los seis modos de vibración más bajos, ya que a partir de aquí, en la simulación aparecen patrones vibratoriales no detectados en los resultados experimentales.

Las líneas nodales están representadas por trazo más fuerte. Los diferentes colores que aparecen, de forma similar a los patrones experimentales, representan amplitudes de desplazamiento relativas entre las diferentes zonas de la tapa armónica. Los colores más intensos representan la máxima y la mínima amplitud de vibración respectivamente para el modo considerado.

A continuación se describe brevemente las diferencias más notables detectadas en la disposición de las líneas nodales entre los resultados experimentales y los obtenidos con el método de elementos finitos.

modo # 2: En el caso de la tapa de pino las líneas nodales simuladas no presentan la curvatura mencionada en los resultados experimentales.

modo # 3: Las diferencias apreciables en este modo son por un lado la débil vibración de la zona inferior de la tapa y por otro, la curvatura de las dos líneas nodales lo que indica que la influencia del módulo E_2 en este patrón es más fuerte en el modelo simulado que en el experimental.

modo # 4: Aparece en la tapa de contrachapado.

Se puede observar que en la tapa de contrachapado no aparece el cuarto modo de vibración. Este hecho se puede explicar si se tiene en cuenta que este modo de vibración es muy débil. En cambio con el método de elementos finitos, debido a resolución del método, este modo sí se detecta y más adelante mediante las curvas de admitancia se podrá comprobar que se trata de un modo muy amortiguado.

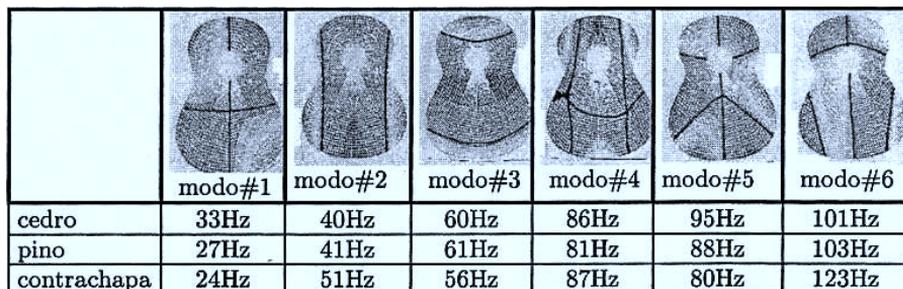


Figura 7. Modos de vibración y frecuencias naturales simulados de los tres materiales analizados.

En cuanto al rango de frecuencias que abarcan los seis primeros modos obtenidos experimentalmente, se ve que es similar en los tres materiales. La banda más amplia la cubre el pino con 157Hz, el cedro presenta una banda de 141Hz y el contrachapado de 136Hz.

Se puede observar dos tendencias diferentes en lo que a la distribución de las frecuencias de vibración experimentales se refiere, en el caso de las tapas de pino y cedro, por un lado, y la de contrachapado por otro.

Si se extiende la banda de frecuencias hasta 225Hz, se pueden distinguir tres zonas. Se comprueba un comportamiento similar hasta el cuarto modo de vibración en las tapas de cedro y de pino. La primera zona abarca hasta los 100Hz aproximadamente, en ella se sitúan los seis primeros modos de la tapa de cedro y en el caso de la tapa de pino los cinco primeros.

La segunda zona es una banda aproximadamente 60Hz y 70Hz, en el cedro y en el pino respectivamente, y se caracteriza por la ausencia de movimiento ya que no aparece ningún patrón vibracional definido. Por último, en la tercera zona se sitúan los modos superiores que se pueden considerar como una evolución de los modos de la primera zona descrita.

En el caso de la tapa de contrachapado la distribución de los modos de vibración es más equidistante en todo el rango de frecuencias considerado, y por tanto no se distinguen las tres zonas mencionadas en el caso de los otros dos materiales.

Siguiendo con la comparación de los resultados experimentales del cedro y del pino, se ve como hasta el cuarto modo el cedro presenta frecuencias más altas que el pino para los mismos patrones vibracionales. En cambio a partir del quinto modo este hecho se invierte, siendo el pino el que presenta frecuencias más agudas. En el caso de la contrachapado, no se aprecia una tendencia determinada al compararla con el pino y con el cedro.

Así mismo tanto en el pino como en el cedro, se observa como los modos del segundo al quinto están prácticamente equiespaciados en los dos materiales, ya que dos modos consecutivos distan 20Hz aproximadamente. Esta afirmación no es válida para el modo fundamental con respecto al segundo. Si se diera este hecho, se podría establecer que los cinco primeros modos en las tapas de cedro y de pino se atienen a la serie armónica con una relación de frecuencias 1:2:3:4:5, aproximadamente.

En el caso de la contrachapado hay un salto de frecuencias notable entre el primer y el segundo modo, ya que este último se sitúa al doble de frecuencia que el fundamental, y por contra el segundo y tercer modo están prácticamente solapados.

Se ha intentado establecer algún tipo de relación entre las frecuencias de los modos que presentan un carácter vibracional similar: torsional, de flexión longitudinal y de flexión transversal; pero no ha sido posible establecer una conducta determinada ya que los modos superiores no se atienen a ninguna relación con respecto al fundamental del mismo carácter.

Al comparar los resultados obtenidos mediante simulación se observa que concuerdan con los obtenidos experimentalmente hasta el cuarto modo de vibración en las tapas de pino y de cedro. En el caso de la tapa de contrapachado este ajuste no se cumple debido a que aparece este último modo, este hecho ya ha sido mencionado.

Los factores de calidad, para las tres resonancias más bajas, son más altos en la tapa de pino, le sigue la tapa de cedro y por último los factores de calidad más bajos se dan en la tapa de contrachapa. En el caso de la tapa de pino destaca el alto ancho de banda de las resonancias de los modos superiores, ya que dichas resonancias presentan un factor de calidad similar a la de los modos más bajos. A partir del cuarto modo, es la tapa de cedro la que presenta un factor de calidad más alto y la de pino los factores más bajos.

Teniendo en cuenta que uno de los criterios para establecer la calidad de las maderas utilizadas en la construcción de instrumentos musicales es un alto factor de calidad, se puede decir que se obtendría una tapa armónica óptima con la superposición del comportamiento de la tapa de pino en bajas frecuencias y la de cedro en el rango de frecuencias superior.^{29,30,31}

Como a bajas frecuencias las diferencias entre los factores de calidad de la tapa de pino y de cedro no es tan notable como en el caso de las resonancias más altas, se puede considerar, dentro de las tapas analizadas, que la de cedro es la tapa de mayor calidad ya que el tiempo en que decaigan los sonidos emitidos por este material va ser mayor que en las tapas de pino y de contrachapado.

A continuación se describe el comportamiento de la admitancia cruzada en decibelios, tanto experimental como simulada. Se ha considerado como punto de excitación el punto 56 situado en la zona lateral inferior, Figura 3. Se ha elegido esta zona por ser la parte en la que aparecen más resonancias, ya que el punto elegido no coincide con ninguna de las líneas nodales de los modos estudiados. En el caso de las curvas experimentales, éstas se han obtenido a partir de las curvas de inercia cruzada dadas por el analizador. Las curvas que se presentan son el promedio de tres respuestas.

Los espectros simulados se han obtenido excitando las tapas armónicas en estudio con un ruido blanco. Esta señal posee una amplitud constante para la banda analizada, de 10Hz a 200Hz. Los nodos de excitación y de respuesta se han elegido de forma que sus coordenadas espaciales sean coincidentes con las de los puntos experimentales.

En la Figura 8 se presentan las curvas correspondientes a la tapa de cedro. En el espectro experimental se ve que los cinco primeros modos, a excepción del cuarto, tienen un nivel

29. Caldersmith, G. (1982) *The guitar frequency responde*. J. Guitar Acoust. Nº 6, 26-41.

30. Saunders, F. A. (1937) *The mechanical actions of violins*. J. Acoustic Soc. America.

31. Ross, R. E. and Rossing, T.D. (1984) *Plate vibrations and response and folk guitars*. USA, Northern Illinois University, Dekalb.

de admitancia similar. El cuarto modo presenta una baja amplitud y un ancho de banda alto, por tanto este modo está muy amortiguado y su radiación será escasa.

En la admitancia obtenida por simulación, se observa que dominan los tres primeros modos. A diferencia con la curva experimental el quinto modo está más amortiguado siendo su amplitud un 30% menor que la de los modos fundamentales.

Destacar que tanto en el espectro experimental como simulado se distinguen claramente las tres bandas de frecuencia mencionadas, en la primera zona que abarca hasta los 100Hz se sitúan los seis primeros modos, luego aparece una banda de 60Hz, aproximadamente, con ausencia de movimiento y por último aparecen los modos superiores con una amplitud del orden de la que presentan los modos de la primera zona.

En la Figura 9 se presentan la respuesta experimental y simulada, superior e inferior, del punto 56 de la tapa de pino. En ambas se observa que dominan los tres primeros modos, principalmente el primero. En esta tapa, por tanto, radiaran eficientemente los tres primeros modos: torsión, flexión transversal y flexión longitudinal, ya que la admitancia del resto de los modos es muy inferior.

Así mismo los modos superiores están muy amortiguados ya que presenta un alto ancho de banda.

La principal diferencia entre ambos espectros se aprecia en las frecuencias de resonancia del quinto y del sexto modo, ya que no ha sido posible aumentar dichas frecuencias hasta los valores experimentales.

Comparando los espectros experimentales de la tapa de pino y de la de cedro se observa que en ambos los tres primeros modos aparecen muy definidos. El cuarto modo tiene un comportamiento similar en la tapa de pino y de cedro, aunque en esta última está menos amortiguado.

A partir del quinto modo, como ya se ha dicho, la respuesta en la tapa de pino es muy débil en amplitud. En lo que se refiere al amortiguamiento de dichos modos presentan un alto ancho de banda por lo que su factor de calidad, teniendo en cuenta sus frecuencias naturales, será más bajo. Esto indica que la tapa de pino en comparación a la de cedro no responde óptimamente a altas frecuencias.

En la Figura 10 se pueden ver los espectros de la contrachapa, se observa que el modo que presenta una admitancia máxima es el modo fundamental de torsión al igual que en la tapa de pino.

En la gráfica experimental se ve como los modos de torsión primero y quinto junto con el fundamental de flexión longitudinal y el segundo modo de flexión transversal están bien definidos.

Las resonancias están más equiespaciadas cubriendo todo el rango de frecuencias estudiado, por lo que no hay bandas de frecuencia con ausencia de movimiento como en el caso de las tapas de pino y de cedro.

El espectro simulado difiere del experimental en la amplitud del primer modo de flexión transversal, el cual presenta un nivel de admitancia similar al del tercero. Como ya se ha dicho, mediante simulación ha sido posible detectar el cuarto modo de vibración cuyo amortiguamiento es muy alto como se puede apreciar en la figura inferior.

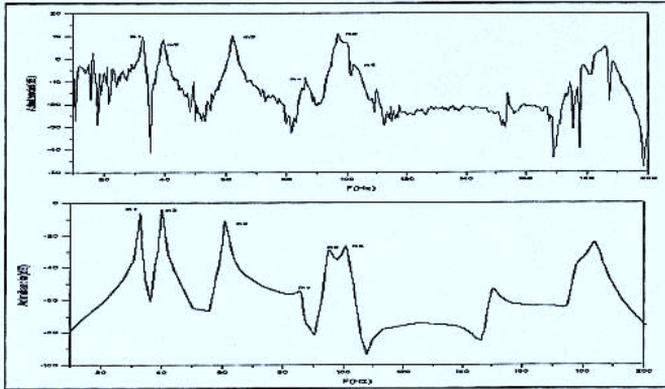


Figura 8. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de cedro en el punto 56.

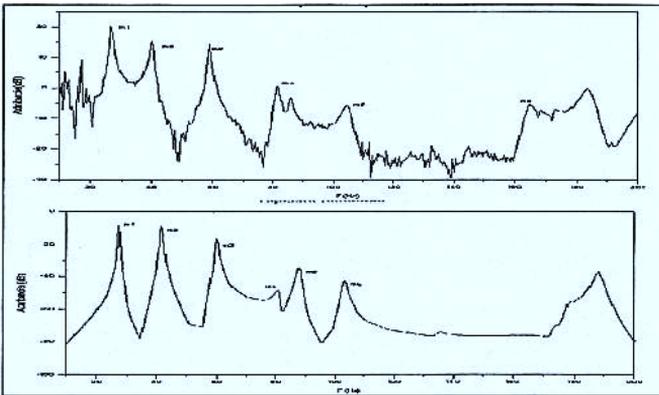


Figura 9. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de pino en el punto 56.

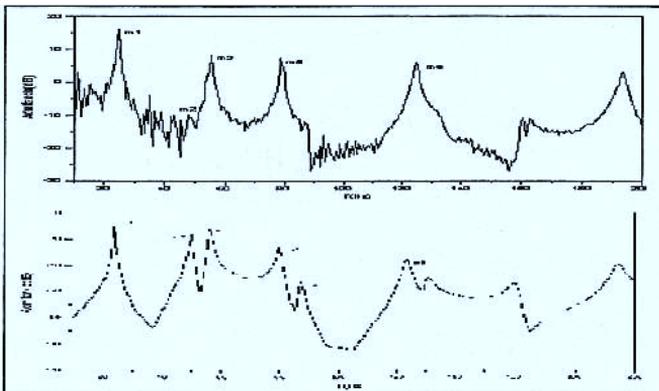


Figura 10. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de contrachapado en el punto 56.

EFFECTO DE LAS BARRAS TRANSVERSALES

A continuación se van a describir las modificaciones que han sufrido los patrones vibratorios experimentales en la tapa de cedro al colocar las tres barras transversales perpendiculares a la fibra de la madera, dos de ellas están colocadas por encima de la boca y la tercera por debajo de esta como se puede apreciar en las Figuras 3 y 5.

modo # 1: En este caso el desplazamiento en la parte superior de la tapa es menor que en la zona inferior, al contrario de lo que ocurría en la tapa sin ninguna barra. Por lo tanto es la parte inferior de la tapa la que más se desplaza. Estos mismos efectos se dan en la tapa de pino.

modo # 2: Este modo de flexión transversal sube un cambio notable, ya que aparece una línea nodal a la altura de la boca impidiendo prácticamente el movimiento por encima de ella, el débil movimiento que se da en esta zona de la tapa es de carácter longitudinal. La parte inferior sigue vibrando según un patrón de flexión transversal.

modo # 3: El efecto de las barras transversales sobre este modo en la tapa de cedro hace que su patrón sea muy similar al de la tapa de pino sin ninguna barra, ya que la zona inferior de la tapa vibra de forma mixta, transversal y longitudinal. Por su situación en frecuencia este modo es anterior al segundo al colocar las barras.

					
	modo#1	modo#2	modo#3	modo#5	modo#6
cedro	39Hz Q=44	59Hz Q=58	63Hz Q=74	108Hz Q=100	119Hz Q=65
pino	37Hz Q=34	62Hz Q=40	54Hz Q=65	100Hz Q=99	119Hz Q=147

Figura 11. Modos de vibración y frecuencias naturales experimentales de las tapas de cedro y de pino con tres barras transversales

					
	modo#1	modo#2	modo#3	modo#5	modo#6
cedro	33Hz	40Hz	60Hz	95Hz	101Hz
pino	27Hz	41Hz	61Hz	88Hz	103Hz

Figura 12. Modos de vibración y frecuencias naturales simulados de las tapas de cedro y de pino con tres barras transversales

modo # 4: Este modo ha desaparecido en las dos tapas al colocar las barras transversales.

modos # 5 y #6: Los patrones de estos modos no se ven influenciados prácticamente por la adición de las barras transversales.

En la Figura 12 se presentan los patrones y las frecuencias naturales de los seis modos de vibración de la tapa de cedro con tres barras transversales obtenidos por el método de elementos finitos en condiciones libres.

A continuación se describen las diferencias más notables detectadas en la disposición de las líneas nodales entre los resultados experimentales y los obtenidos con el método de elementos finitos.

modo # 1: La zona superior e inferior de la tapa presentan un desplazamiento similar en el modelo simulado.

modo # 3: La diferencia en este modo, es que la zona superior de la tapa se desplaza más que la inferior. La curvatura de las líneas nodales coincide con el patrón experimental, hecho que no se daba en la tapa sin barras.

Las tres barras transversales añadidas a la tapa armónica influyen notablemente sobre los tres modos más bajos y también sobre aquellos modos que tienen carácter de flexión transversal. Este último hecho se puede justificar por la dirección en que se han colocado las barras, perpendiculares a la fibra de la madera con lo cual aumenta la rigidez en esta dirección.

Así mismo, para todos los patrones descritos, se cumple que los desplazamientos relativos de la parte superior de la tapa han disminuido notablemente con respecto a las tapas armónicas sin ninguna estructura adicional.

Al añadir las tres barras transversales las frecuencias de los modos considerados disminuyen en la tapa de pino, a excepción de los dos primeros, con respecto a la misma tapa sin barras. Este hecho indica que el principal efecto de las barras en el caso de la tapa de pino es un efecto de aumento de masa, ya que la banda de frecuencias que cubren los seis primeros modos es menor. El primer modo aumenta su frecuencia en un 32%, en el caso del segundo, el aumento es del 51% aproximadamente. El aumento de la frecuencia natural del fundamental de flexión transversal se puede justificar considerando la rigidez transversal E_2 que añaden las barras al ser colocadas perpendicularmente a la fibra de la madera.

En el caso de la tapa de cedro, los seis primeros modos aumentan su frecuencia con respecto a la misma tapa sin barras. Este hecho parece indicar que el efecto de las barras supone un aumento de la rigidez transversal para todo el rango de frecuencias analizado, aunque la masa adicional que suponen estas tres barras para la tapa de cedro sea mayor, en proporción, que en la tapa de pino. Las frecuencias obtenidas mediante simulación en el caso de la tapa de cedro se aproximan más a los resultados experimentales que las de la tapa de pino. Se observa que la tapa de cedro con las tres barras presenta para todos los modos estudiados frecuencias mas altas que las de pino. También, se ha comprobado que al añadir dichas estructuras desaparecen las tres bandas de frecuencia que se distinguían en las tapas sin estructuras.

En la Figura 13, por comparación con la Figura 8, se puede observar la influencia que tiene la colocación de dichas barras en la zona lateral inferior de la tapa de cedro.

La admitancia disminuye en un 20%, para todos los modos al colocar las barras transversales. El segundo modo, fundamental de flexión transversal aparece incluido en el ancho de banda del tercero dada la proximidad de las frecuencias naturales de ambos modos. Hay que tener en cuenta que las barras transversales dificultan el movimiento de flexión transversal.

En los dos espectros se observa como las resonancias aparecen por parejas: primera-tercera; quinta- sexta; séptima- novena, con dos bandas de frecuencia entre ellas en las que no se da movimiento. En general las resonancias son más nítidas que en el caso de la tapa sin barras, así como los anchos de banda son menores sobre todo para las resonancias que corresponden a los modos primeros, tercero, quinto y sexto. Los anchos de banda menores hacen que los factores de calidad de las resonancias en general aumenten al añadir las barras transversales.

En el caso de la tapa de pino el aumento de los factores de calidad se da en las resonancias que presentan una frecuencia natural más alta. En el caso de las resonancias que representan a los modos primero y tercero sus factores disminuyen en un 40% respecto a la tapa sin barras transversales.

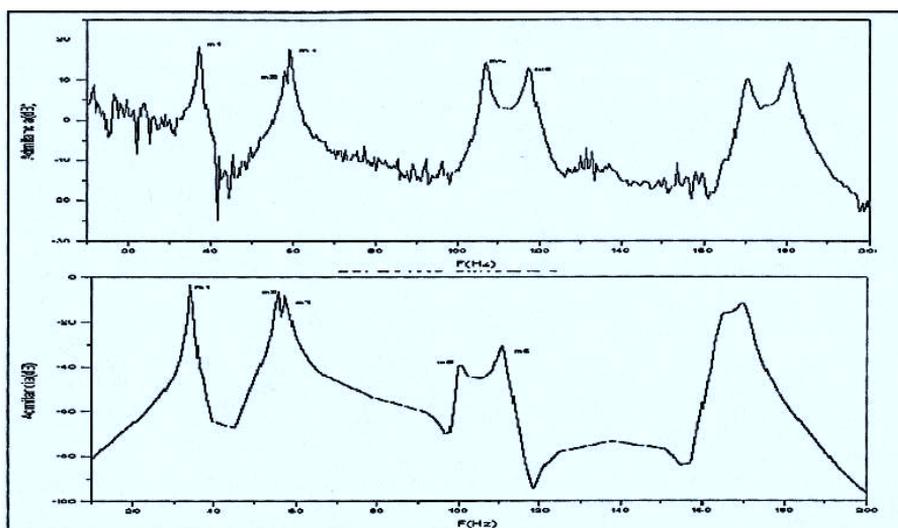


Figura 13. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de cedro con tres barras transversales en el punto 56.

EFFECTO DE LA DISTRIBUCIÓN DE LAS VARILLAS

Un aspecto característico en la construcción de la guitarra lo constituye el sistema de varillas situado principalmente en la zona inferior de la tapa, es decir en aquella zona más libre para la vibración y fuente, por tanto, de gran parte del sonido generado. Como última parte de este trabajo se presenta un estudio preliminar de la influencia de este varillaje en la respuesta vibracional.

El perfil de las varillas no difiere en gran medida de un fabricante a otro. Sin embargo, es característica de cada artesano la disposición de las varillas con varios patrones clásicos tradicionales. La mayoría de las distribuciones presentan simetría con respecto al eje de la tapa, aunque también existen patrones asimétricos. La razón de esta asimetría reside en el hecho de que aunque el perfil de la tapa es simétrico, no lo es la distribución de las cuerdas, ordenadas de grave a agudo.

La introducción del sistema de varillaje parece tener su origen simplemente en la necesidad de evitar la excesiva fragilidad de la tapa. Sin embargo, el perfeccionamiento de las técnicas de construcción ha permitido que añadido a la mejora de las propiedades mecánicas, el sistema de varillas mejore las propiedades acústicas de la tapa.

Dado que no hay estudios previos sobre las propiedades vibratorias deseables en las tapas libres con varillas, se extenderán los criterios establecidos en otros casos^{3,5,25}, considerándolos de aplicación también en este caso:

- Altos valores de la admitancia para las frecuencias de resonancia.
- Altos valores de los factores de calidad.

Se han estudiado dos distribuciones de varillas, una simétrica y otra asimétrica. La primera se ha construido sobre la tapa de pino estudiada previamente, y la segunda, sobre la de cedro.

A continuación se describen las modificaciones de los patrones de vibración con la distribución final de cinco varillas simétricas en la tapa de pino.

modo # 1: Este primer modo de cizalla no se modifica al añadir las varillas

modo # 2: A medida que se van colocando las sucesivas varillas las líneas nodales tienden a acercarse en la zona inferior de la tapa armónica.

modo # 3: Se ha comprobado que este modo desaparece al colocar la primera varilla, paralela a la fibra de la madera y situada en el centro de la tapa armónica. Este hecho se puede explicar ya que dicha posición de la varilla impide el movimiento longitudinal característico de este tercer modo. Al colocar las sucesivas varillas, este modo reaparece con el mismo patrón que presentaba en la tapa de pino sin ninguna estructura adicional.

modo # 5: Al igual que el primer modo, mantiene su perfil de vibración.

modo # 6: Al igual que el primer modo de flexión transversal, al añadir las sucesivas varillas las líneas nodales laterales se inclinan en la parte inferior de la tapa hacia el centro de ésta.

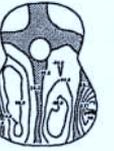
					
	modo#1	modo#2	modo#3	modo#5	modo#6
pino	39Hz Q=44	59Hz Q=58	63Hz Q=74	108Hz Q=100	119Hz Q=65

Figura 14. Modos de vibración y frecuencias naturales experimentales de la tapa de pino con tres barras transversales y distribución de varillas simétrica.

A continuación se presentan los patrones vibracionales obtenidos mediante ABAQUS en el caso de la tapa de pino con cinco varillas distribuidas simétricamente.

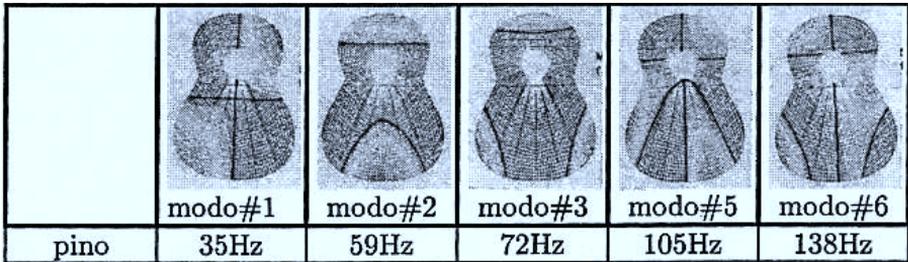


Figura 15. Modos de vibración y frecuencias naturales simulados de la tapa de pino con tres barras transversales y distribución de varillas simétrica.

En la Figura 15 se puede observar a excepción del segundo y sexto modo, ambos de carácter de flexión transversal los patrones simulados son idénticos a los obtenidos experimentalmente. En el caso de los modos mencionados difieren de los reales en la posición y longitud de las líneas nodales laterales.

Así mismo, se observa que las frecuencias naturales de dichos modos presentan un error inferior al 5% con respecto a las reales. Por tanto el modelo simulado en el caso de la tapa de pino con la distribución simétrica de varillas ha sido modelizado de forma correcta, lo cual permitirá predecir el comportamiento de la tapa armónica en futuras modificaciones del varillaje.

En la Figura 16 se presenta el espectro de admitancia experimental y simulado en la zona lateral inferior para la tapa de pino con la estructura completa de barras y varillas.

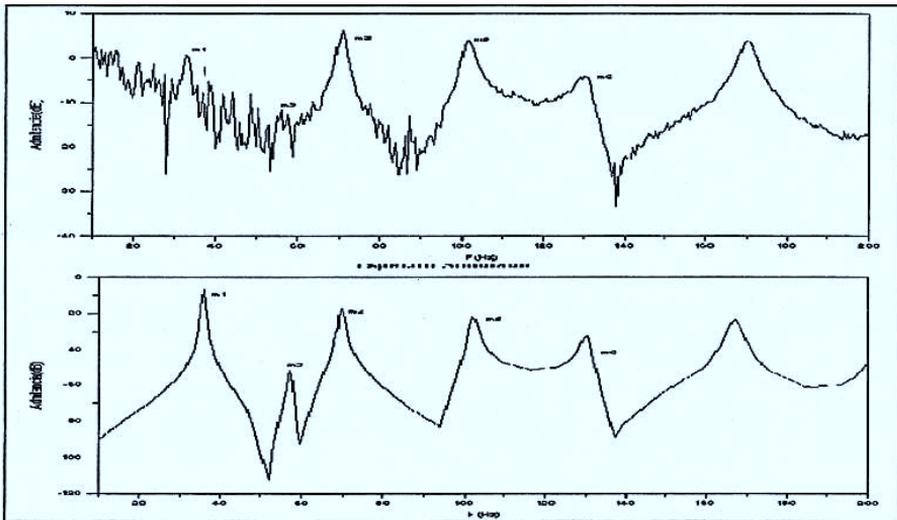


Figura 16. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de pino con tres barras transversales y distribución simétrica de varillas en el punto 56.

Con respecto a la tapa de pino sin estructuras se puede observar un aumento de las frecuencias para todas las resonancias. Los modos están prácticamente equiespaciados, con lo cual han desaparecido las zonas de frecuencia donde no existe movimiento.

El efecto de las estructuras añadidas sobre el tercer modo hacen que éste disminuya tanto su amplitud como su frecuencia con respecto a la correspondiente tapa de pino sin estructuras.

Se aprecia una mejora sustancial en las resonancias más agudas, por el aumento de la amplitud de estos modos. En lo que se refiere al factor de calidad, éste aumenta en el rango de las frecuencias más altas, sin embargo disminuye para las bajas frecuencias. Esto hace que el conjunto de las resonancias presente ahora un amortiguamiento similar.

Cabe destacar la diferencia existente entre la admitancia del primer modo en el espectro experimental y el simulado. Se ve cómo sigue siendo el modo con mayor admitancia en la simulación, en cambio en espectro real este modo está más amortiguado.

A continuación se describe brevemente el efecto de la distribución asimétrica en la tapa de cedro. Se propuso una distribución que consistía en tres varillas equiespaciadas en ángulo, con el centro de la distribución fuera del centro de masas de la tapa y se procedió a estudiar el comportamiento vibracional según se añadía cada varilla.

En las Figuras 17 y 18 se pueden ver los patrones vibracionales correspondientes a la tapa de cedro con tres barras transversales y las tres varillas citadas, obtenidos experimentalmente y por simulación. Por ambas técnicas es evidente la asimetría en los patrones de vibración.

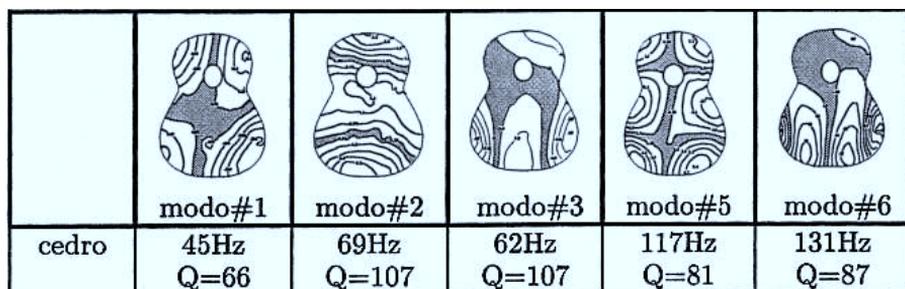


Figura 17. Modos de vibración y frecuencias naturales experimentales de la tapa de cedro con tres barras transversales y distribución de varillas asimétrica

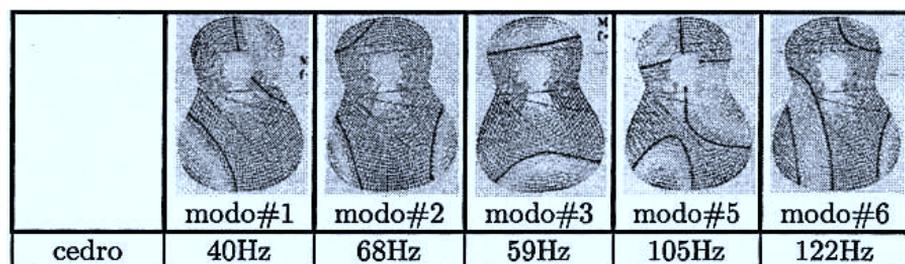


Figura 18. Modos de vibración y frecuencias naturales simulados de la tapa de cedro con tres barras transversales y distribución de varillas asimétrica

En el caso de la simulación, dichos modos no presentan la línea nodal mencionada de forma continua.

En la zona superior de la tapa armónica reaparece el movimiento suprimido con las tres barras transversales. Se destaca que el segundo modo de torsión pierde el carácter transversal en la zona inferior de la tapa, pasando a ser puramente torsional.

En la Figura 19 se presentan los espectros de admitancia experimental y simulado en la zona lateral inferior para la tapa de cedro con la estructura completa de barras y varillas correspondiente a la distribución asimétrica.

Una vez terminado el patón de varillaje propuesto, se puede observar en el espectro experimental que la distribución de frecuencias de resonancia es más equiespaciada aunque con gran disparidad en los valores de admitancia de los picos.

Así mismo las frecuencias de todos los modos aumentan, por tanto las varillas tienen un claro efecto de rigidez sobre la tapa de cedro.

En cuanto a los factores de calidad, se ha observado un crecimiento progresivo durante la construcción, resultando los valores finales considerablemente más altos que los de la tapa original.

La principal diferencia entre el espectro simulado y el experimental es que en este último la frecuencia del sexto modo es muy superior a la simulada. También se ha de destacar que el equiespaciamiento de las resonancias en el espectro simulado no es tan evidente como en el experimental.

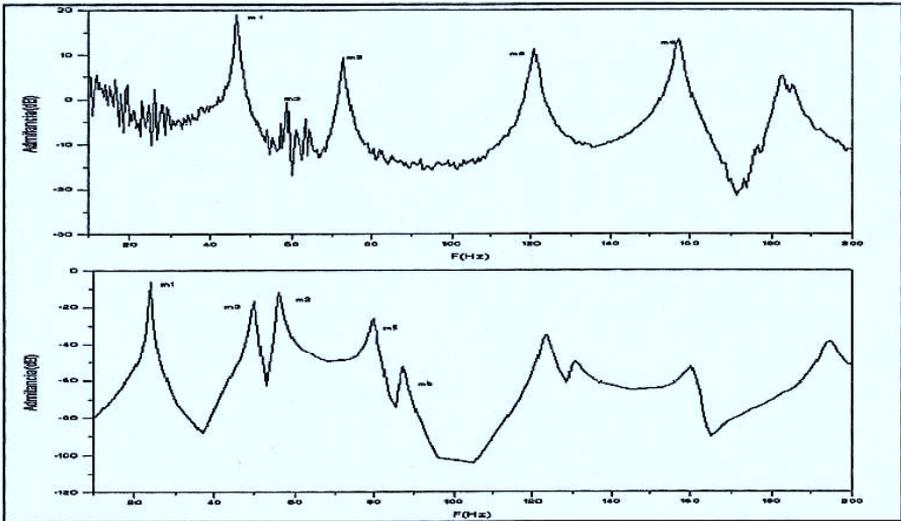


Figura 19. Curvas de Admitancia Cruzada experimental y simulada para la tapa de cedro con tres barras transversales y distribución asimétrica de varillas en el punto 56.

CONCLUSIONES

Se ha definido el análisis modal como el proceso de descripción de las propiedades dinámicas de una estructura elástica en términos de los modos normales de vibración y se

ha establecido el conjunto de parámetros de la estructura. Se ha procedido a la descripción completa de un análisis modal para el caso de un único grado de libertad y posteriormente se ha extendido este análisis al caso de múltiples grados de libertad. En ambos casos se ha tenido en cuenta el efecto del ruido sobre la respuesta del sistema y el tratamiento de las respuestas para evitar las distorsiones que introduce.

El análisis modal ha sido también estudiado desde el punto de vista de su realización experimental para el caso de uno de los posibles métodos, el basado en la función de respuesta en frecuencia. Se han establecido los conceptos de estructura y de excitación de la estructura. Asimismo se han descrito los transductores que excitarán la estructura y recogerán su respuesta, el proceso de adquisición de datos y su tratamiento hasta la obtención de la función de respuesta en frecuencia. Finalmente se ha establecido el conjunto de parámetros modales que describen el comportamiento vibracional de la estructura y su obtención a partir de la función de respuesta en frecuencia.

El análisis modal también ha sido estudiado desde el punto de la simulación con ordenador por el método de elementos finitos. Se ha determinado como se obtiene la respuesta en frecuencias del sistema a una excitación de ruido blanco a partir de la superposición modal.

Se ha establecido una metodología adecuada al estudio de instrumentos musicales y de sus piezas basada en el método del análisis modal, con tres partes fundamentales: diseño y puesta a punto de un sistema experimental, adaptación de un software comercial a este problema concreto, y tratamiento de los datos y elaboración de resultados.

Se ha establecido una puesta a punto de la técnica de simulación numérica para el estudio comparativo con los resultados experimentales del comportamiento vibracional de instrumentos musicales. Para ello se ha adaptado el software de elementos finitos ABAQUS.

Estos métodos han sido aplicados al estudio del comportamiento vibracional de una pieza fundamental en la producción de sonido, la tapa armónica de la guitarra. Con el objeto de poder hacer un estudio comparativo se han considerado para este estudio tres materiales diferentes, cedro, pino y contrachapado, cubriendo el rango completo de calidad desde el punto de vista subjetivo. Se han obtenido las curvas de admitancia, los patrones vibracionales, las frecuencias de resonancia y los factores de calidad en el rango de baja frecuencia tanto experimentales como simuladas.

La distribución de frecuencias de resonancia ha resultado similar para las tapas de pino y cedro en el rango estudiado: aparecen tres zonas bien definidas con picos de resonancia, separadas por intervalos con ausencia de movimiento. En la tercera zona se sitúan los modos más altos, que se pueden considerar como los modos superiores de los patrones fundamentales que aparecen en la primera zona. La tapa de contrachapado presenta un comportamiento diferente, con los modos de vibración prácticamente equidistantes en el rango de frecuencias estudiado.

En el caso de las tapas de pino y cedro, los modos del segundo al quinto (que componen la primera zona) están equiespaciados, con 20 Hz de separación entre modos consecutivos, y una relación armónica entre ellos (2:3:4:5). Esta relación no se extiende al primer modo, careciendo así esta serie armónica del modo fundamental.

Teniendo en cuenta la amplitud similar de las resonancias de todos los modos vibracionales y que sus valores de los factores de calidad son los mayores, se concluye que el cedro es el mejor material para la construcción de una tapa armónica entre los tres materiales considerados.

El bajo nivel de la curva de admitancia y la respuesta nula a altas frecuencias llevan a considerar al contrachapado como un material de baja calidad desde el punto de vista acústico-musical, y se descarta para posteriores estudios dentro de este trabajo.

La correlación entre los resultados experimentales y simulados en el caso de la tapa de cedro es alta, por lo tanto se puede predecir mediante simulación el comportamiento dinámico de dicha tapa ante posibles cambios en su diseño. En el caso de la tapa de pino la correlación entre ambos modelos es válida hasta el quinto modo, y en la tapa de contrachapado no se ha conseguido ajustar el modelo simulado al experimental.

Los efectos de añadir las tres barras son similares en las dos tapas (pino y cedro). El efecto principal es disminuir la amplitud de vibración en la zona superior con respecto a la inferior, resultando ser en esta parte menor que la obtenida en ausencia de barras. Los modos de vibración más afectados son los de flexión transversal. En la tapa de cedro se podría describir el efecto de las tres barras como un efecto de aumento de rigidez, ya que las frecuencias propias aumentan. Por el contrario, en la tapa de pino el efecto es de aumento de masa, con la disminución de las frecuencias propias. En ambas tapas se ha constatado un aumento de los factores de calidad de las resonancias en general.

El modelo numérico de la tapa de cedro con tres barras transversales se atiene a los resultados experimentales. Así, también es posible predecir por el método de elementos finitos los posibles cambios dinámicos al modificar el número, posición o geometría de dichas barras.

Finalmente se ha realizado un estudio preliminar de la influencia de la geometría del varillaje en el comportamiento de las tapas. Se han estudiado dos sistemas, uno simétrico, tradicional, y otro asimétrico. Ambos sistemas llevan a unos espectros de frecuencias donde las frecuencias propias están aproximadamente equiespaciadas.

En el caso de los modelos simulados, se ha conseguido una mayor correlación con los resultados experimentales en el caso de la tapa de pino con distribución simétrica de varillas, en el caso de la distribución asimétrica la correlación ha sido baja.

El sistema simétrico produce una mejora del comportamiento en el rango de las frecuencias altas, que se manifiesta en unos factores de calidad mayores y en un nivel de la admitancia más alto. La misma mejora se produce con el sistema asimétrico, con la ventaja añadida de que en este caso se extiende a todo el rango de frecuencia estudiado.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a la empresa Keller, S.A. de Zarautz todo el material (tapas, barras y varillas) suministrado para la realización de este trabajo, al Dpto. de Ingeniería Mecánica de E.T.S.I.I. de Bilbao, donde se realizaron las medidas experimentales y a la Bilbao Bizkaia Kutxa por financiarlas.

Así mismo, quieren agradecer a Eusko Ikaskuntza la ayuda económica dada al trabajo de elementos finitos aquí presentado y que ha sido realizado en el Dpto. de Física Aplicada II de la U.P.V.